EKVIVALENCIAELVEK ÉS GRAVITÁCIÓELMÉLETEK

Ván Péter[2,3,4], Pszota Máté[1,2,3,4]
[1] ELTE, [2] HUN-REN Wigner FK, RMI Elméleti Fizika Osztály,
[3] BME, Gépészmérnöki Kar, Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszék,
[4] Montavid Termodinamikai Kutatócsoport, Budapest

1. Motiváció

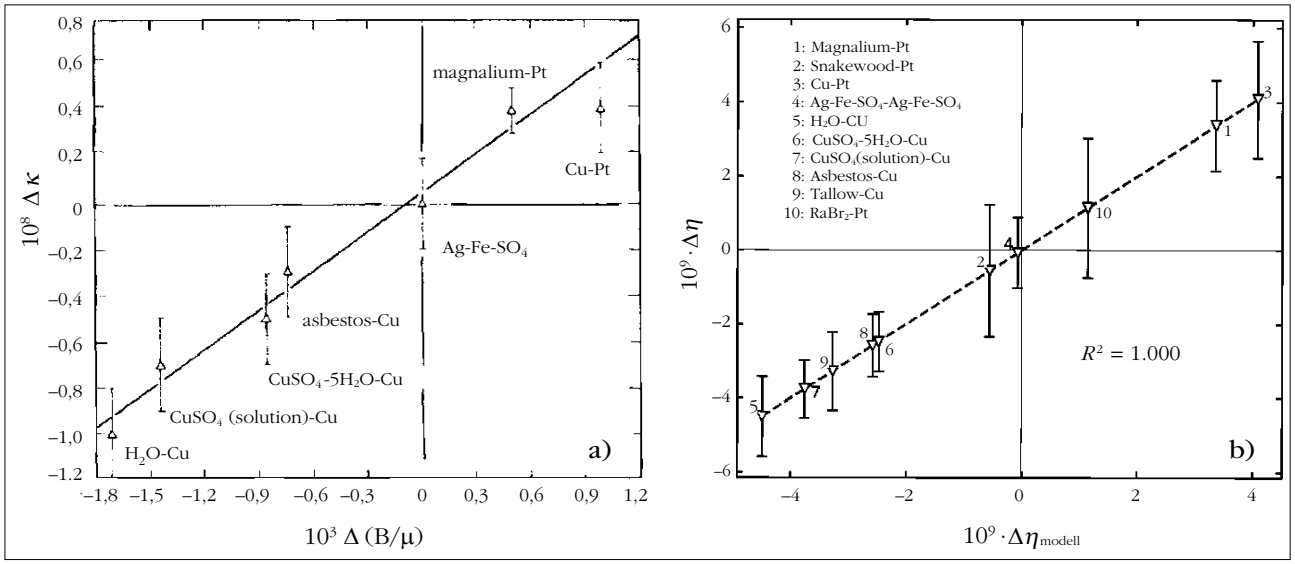
1922-ben jelent meg Eötvös Loránd, Pekár Dezső és Fekete Jenő cikke a súlyos és a tehetetlen tömeg univerzális egyenlőségéről a kor vezető fizikai folyóiratának, az *Annalen der Physik*nek a hasábjain [1]. Ez a cikk jelentette több évtizedes kutatómunkájuk lezárását, ismertetve azt a kísérletsorozatot – a továbbiakban röviden EPF-kísérletet –, amelyben Friederich Wilhelm Bessel 1832-es ingakísérleteinél tízezerszer pontosabban mérték meg a két tömeg egyenlőségét. Ezután a pontosságot legközelebb 1964-ben Robert Dicke és munkatársai javították meg, már elektronikus eszközök használatával, kicsit kevesebb mint két nagyságrenddel. Eötvösék cikkének megjelenése előtt fejeződött be a gravitációelmélet átalakulása: 1919-ben Arthur Stanley Eddington afrikai expedíciója megmérte a fényelhajlást a Nap mellett, és igazolta Einstein általános relativitáselméletének egyik jóslatát. Az Einstein-elmélet sikeresen összehangolta a fénysebesség állandóságára épülő speciális relativitáselméletet a gravitációval: elvetette a gravitációs mező newtoni fogalmát és helyette a téridő görbületéhez kötötte a gravitáció leírását. A Merkúr perihéliumvándorlását, a vöröseltolódást és a fényelhajlást extra paraméterek nélkül magyarázta. Az EPF-kísérlet, azaz a súlyos és tehetetlen tömeg egyenlősége alapozza meg azt, hogy ez a matematikai leírás működjön, az anyagi és a geometriai fogalmak összekapcsolhatóak legyenek. Ezután több évtizedig csak az elmélet következményeinek kifejtése foglalkoztatta a gravitációval foglalkozó fizikusokat. Az esetleges további mérhető hatások, például a gravitációs hullámok olyan gyengék, az egyéb következmények pedig annyira egzotikusak voltak, hogy a gravitációkutatás sokáig tisztán elméleti fizikai kutatási terület maradt az egész világon.

A fantasztikus elméleti következmények, az egyre gyarapodó csillagászati megfigyelések és a méréstechnika fejlődésének együttes hatására a múlt század 60-as éveinek elején Robert Dicke Princetownban elindította a kísérleti gravitációs kutatásokat. Az elméletnek kulcsszerepe volt a csoport működésében. Dicke 1957-ben kezdett foglalkozni az ekvivalenciaelvvel, és a kísérleti vizsgálatok szükségessége mellett érvelt: legyen az Einstein-elmélet bármilyen szép, a szépség szubjektív, az nem lehet egy fizikai elmélet érvényességének kritériuma. Az általános relativitáselmélet problémáinak elemzése vezetett a Brans–Dicke-elmélethez 1961-ben, amely a Mach-elvvel próbálta kompatibilissé tenni Einstein elméletét egy, a gravitációs állandó változását jósló skalártér bevezetésével. Ez az elméleti-kísérleti útkeresés vezetett az ekvivalenciaelv pontosításához és a fent említett történelmi méréshez, amelyet hamarosan követett a Vladimir Braginsky által vezetett szovjet csoport kísérlete 1967-ben, szintén torziós ingával, javítva az amerikai mérések pontosságán. Az ilyen kifinomult mérések évekig tartó felkészülést, speciális szakértelmet, műszerfejlesztést és nem kevés anyagi támogatást igényelnek. Figyelemre méltó, hogy az amerikai és a szovjet csoport is csak néhány anyagpárt érintő méréseket végzett.

A 70-es években az anyag mikroszerkezetének mélyebb megértésével, az elemi részecskék különféle családjainak azonosításakor újabb szempont merült fel: az ekvivalenciaelv sérülhet, mert a kötési energiáknak gravitációs hatása is van. Ez a fajta hatás azonban csak az univerzalitás sérülésével, többféle anyaggal végzett kísérlet segítségével lehetne felderíthető. A figyelem ismét az EPF-kísérletre irányult, amely tucatnyi, igen különböző anyagpárra demonstrálta a súlyos és tehetetlen tömeg egyenlőségét. Az Eötvös-kísérletek újraelemzése pedig megdöbbentő eredményt mutatott: az

Ván Péter fizikus, az MTA doktora, a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont Részecske- és Magfizikai Intézete Elméleti Fizikai Osztályának és a BME Gépészmérnöki Kara Energetikai Gépek és Rendszerek Tanszékének tudományos tanácsadója. Kutatási területe a nemegyensúlyi termodinamika, illetve az Eötvös-ingával kapcsolatos kutatások által motiváltan a gravitáció termodinamikai elmélete.

Pszota Máté okleveles fizikus, a HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont Részecske- és Magfizikai Intézete Elméleti Fizikai Osztályán tudományos segédmunkatárs és az ELTE-n PhD-hallgató. A termodinamikai kényszerek következményeit vizsgálja a klasszikus gravitációeméletekben.



1. ábra. a) Az EPF-kísérlet újraelemzésének kulcsábrája (Fischbach–Sudarsky–Szafer–Talmadge–Aronson, 1986) mutatja az Eötvös-paraméter lineáris függését az anyagpárok fajlagos bariontöltésének különbségétől. b) Az EPF-kísérlet Tóth Gyula elemzésével mutatja, hogy hasonló eltérés adódhat a henger alakú teszttömegek eltérő hossza miatt, ha figyelembe vesszük a környező gravitációs tér inhomogenitásait és változásait, például a közeli falakat és az Astoria Szálló akkor zajló építkezését [3]. A két ábrán $\Delta\eta$ és $\Delta\kappa$ egyaránt az Eötvös-paramétert jelölik

ekvivalenciaelv sérül, méghozzá arányosan az anyagok fajlagos bariontöltésének különbségével. Tehát az atommagok kötési energiájának hatása más a tehetetlenséggel és más a gravitációval kapcsolatban *(1a. ábra)*. Ebben az elemzésben a legnevesebb gravitációszakértők (köztük Dicke és Feynmann) sem találtak hibát. A kísérlet eredményének magyarázatára komolyan felmerült, hogy a korábban ismert négy alapvető kölcsönhatáson felül van egy „ötödik erő" is.

Ennek hatására több kísérleti gravitációs csoport is alakult, amelyek különböző módszerekkel újra mérni kezdték a súlyos és tehetetlen tömeg egyenlőségét. A legpontosabb méréseket az amerikai EötWash-csoport (Washington államban) végezte, ők egyre fejlettebb torziós ingák építésével 2010-re egy további nagyságrendet javítottak a mérések pontosságán.[1] Az EPF-mérésekben megtalálni vélt effektus nem látszott, az ekvivalenciaelv nem sérült. Azonban az említett anomália magyarázata hiányzott, és Ephraim Fischbach érvei szerint a további kísérletek nem pontosan ugyanolyan eszközökkel mértek, mint Eötvösék, így az újabb mérések nem biztos, hogy érzékenyek az effektusra [2].

1. táblázat

Az ekvivalenciaelv-mérések pontossága az EPF-kísérlet előtt és után. Itt η a súlyos és tehetetlen tömeg eltérését kifejező Eötvös-paraméter

	Bessel 1832 (inga)	EötvösPF 1904 (1922)	RKDicke 1964
$\eta \cdot 10^9$	20000	2	0,03

[1] Lényeges körülmény, hogy az EötWash-csoport a feltételezett rövid hatótávolságú 5. erő létezését akarta cáfolni, ezért mérésüket egy 1600 m magas sziklafal tövében, extrém gravitációs gradiensek mellett végezték. Tóth Gyula közelmúltban végzett elemzése szerint a gravitációs tér inhomogenitása mellett a próbatestek geometriája és gyártás precizitása határozza meg az ekvivalenciaelv-mérés pontosságát.

Amikor 2017-ben a Wigner Fizikai Kutatóközpont fizikusai és a BME geofizikusai együtt vitatták meg az ötödik erő kérdéskörét, akkor több tényező szerencsés együttállására derült fény. Egyrészt a geofizikai kutatásokra használt Eötvös-ingák érzékenysége eléri az EPF-kísérlet hajdani laboratóriumi műszerének érzékenységét, és ez az érzékenység manapság már viszonylag egyszerű fejlesztésekkel jelentősen megnövelhető. Felmerült továbbá, hogy a szisztematikus hiba magyarázatát a bariontöltés helyett elvileg a gravitációs tér gradiense miatt fellépő erőhatás is megadhatja (lásd *1b. ábra*). Emellett közelgett Eötvös halálának 100. évfordulója is. Amikor pedig kiderült, hogy a soproni Földtudományi Kutatóintézetnek van új állapotú, működőképes Pekár-típusú ingája, akkor elhatároztuk a Wigner–BME kísérleti gravitációs csoport megalakítását és megkezdtük az Eötvös-inga továbbfejlesztését. A kutatás elsődleges célja az EPF-kísérlet megismétlése volt, illetve a megnövelt érzékenység által lehetővé tett geofizikai kutatási potenciál felderítése.

Az újabb mérőeszközök (gravitációshullám-detektorok és az elektromágneses spektrum egyre kiterjedtebb tartományában megfigyelő különböző teleszkópok) információi egyre komplexebb képet mutatnak az univerzumról. Ezeknek a gravitációelmélettel történő összehangolása, illetve az gravitációelmélet kihívásai (elsősorban a kvantumgravitáció) egyáltalán nem mutatnak megnyugtató képet. Emiatt az elvi kérdéseket folyamatosan újravizsgálja a fizika, újabb és újabb gravitációelméletek születnek és mérettetnek meg az ekvivalenciaelv kísérleti-elméleti mérlegén [4].

De mi is pontosan az ekvivalenciaelv, és milyen viszonya van a gravitációelméletekkel?

2. Ekvivalenciaelvek

A súlyos és tehetetlen tömeg egyenlősége csak az egyik beépített eleme az általános relativitáselméletnek, ezért manapság az összetettebb Einstein-ekvivalenciaelvben (EEP) fogalmazzuk meg az elmélet kísérletileg és megfigyeléssel ellenőrizhető alapjait. Az EEP másik két eleme azt mondja ki, hogy a gravitációs kölcsönhatás az univerzum története során mindig és mindenhol ugyanúgy működött, illetve független a gravitációsan kölcsönható anyag relatív sebességviszonyaitól. Kicsit pontosabban a gyenge Einstein-ekvivalenciaelv szerint [5]:

1. A szabadesés univerzális, azaz a „súly" arányos a „tömeggel" minden anyagra. A tehetetlenségi hatások lokálisan megkülönböztethetetlenek a gravitációs hatásoktól bármilyen nem gravitációs kísérletben. Ez a gyenge ekvivalencia elve (WEP).
2. Minden lokális, nem gravitációs kísérlet kimenetele független a szabadon eső kísérleti rendszer sebességétől. Ez a lokális Lorentz-invariancia (LLI).
3. Minden lokális, nem gravitációs kísérlet kimenetele független attól, hogy hol és mikor végezték. Ez a lokális helyzetinvariancia (LPI).

A lokális, nem gravitációs kísérlet alatt azt kell érteni, hogy a kísérlet maga nem befolyásolja a gravitációs teret, illetve a téridőt, tehát pontszerű teszttömegeink viselkedését mérjük. Ezzel szemben az Einstein-ekvivalenciaelv erős változata (SEP) ugyanezt a három elemet tartalmazza, de öngravitációs hatásokon alapuló kísérleteket is megenged, a „gravitációs tér energiasűrűsége" önmaga is gravitációs teret hoz létre, illetve görbíti a téridőt. A szóhasználat pongyola, mert hiszen a gravitációs tér newtoni fogalom, az Einstein-elméletben nem olyan egyszerű gravitációs energiasűrűségről beszélni.

A megfogalmazásból érthető, hogy bár többféle energia is kapcsolatba hozható a nyugalmi tömeggel, hisz $E = mc^2$, kérdés, hogy van-e minden energiának súlya. Vagyis ha egy nem gravitációs elméletben van valamilyen kölcsönhatási energia, akkor az sértheti a gyenge ekvivalenciaelvet. Illetve, amennyiben egy módosított metrikus gravitációelmélet eltér az általános relativitástól, akkor az eltérés az erős ekvivalenciaelv sérülését eredményezheti [5]. Ahogy azt Adelberger, az EötWash-csoport alapítója és vezető fizikusa megfogalmazta: „Most of the ideas solving a big problem in physics predict effects that could show up in EP tests." (A fizika egy nagy problémáját megoldó elképzelések többnyire jósolnak olyan hatásokat, amelyek felbukkanhatnak az ekvivalenciaelv-kísérletekben.)

A gyenge ekvivalenciaelv sérülését tehát ellenőrizni kell különböző rendű kvantumtérelméleti kölcsönhatásokra, húrelméletre, extra dimenziókra, szuperszimmetrikus elméletekre, axionokra, az erős ekvivalenciaelvét pedig az összes általánosított gravitációelméletre (például Horndeski, MOND, TeleParallel, ...). Konkrétabban, ha a fent említett, barionok közötti kölcsönhatásnak van valamilyen E^{B} energiatartalma, akkor ez a súlyos és a tehetetlen tömeg között az alábbi képlettel kiszámolható eltérést okozhatja:

$$m_S = m_T + \eta^{\mathrm{B}} E^{\mathrm{B}}/c^2,$$

ahol m_S a súlyos, passzív gravitáló tömeg: m_T a tehetetlen tömeg, η^{B} pedig az adott kölcsönhatást gravitációhoz csatoló állandó. A konkrét elmélet általában megadja a csatolási állandó értelmezését és a téregyenletet, illetve a gravitációs potenciált a következőképpen módosíthatja:

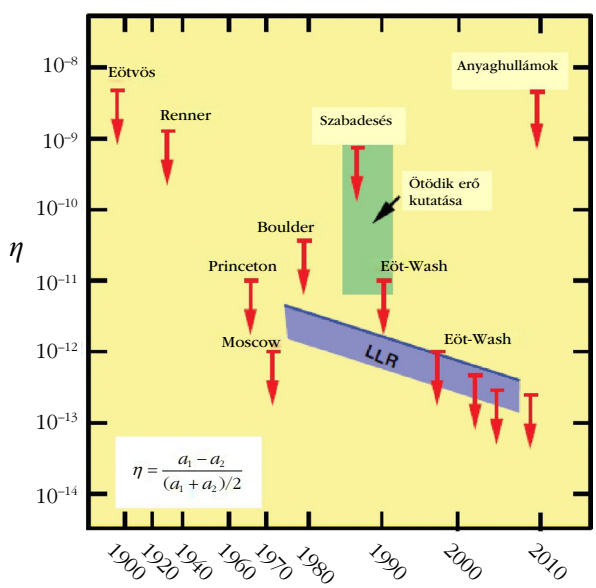
$$V(r) = -G_\infty \frac{m_1 m_2}{r}\left(1 + \alpha \exp\{-r/\lambda\}\right),$$

$$\alpha = -\xi_{\mathrm{B}}\left(\frac{B_1}{m_1}\right)\left(\frac{B_2}{m_2}\right),$$

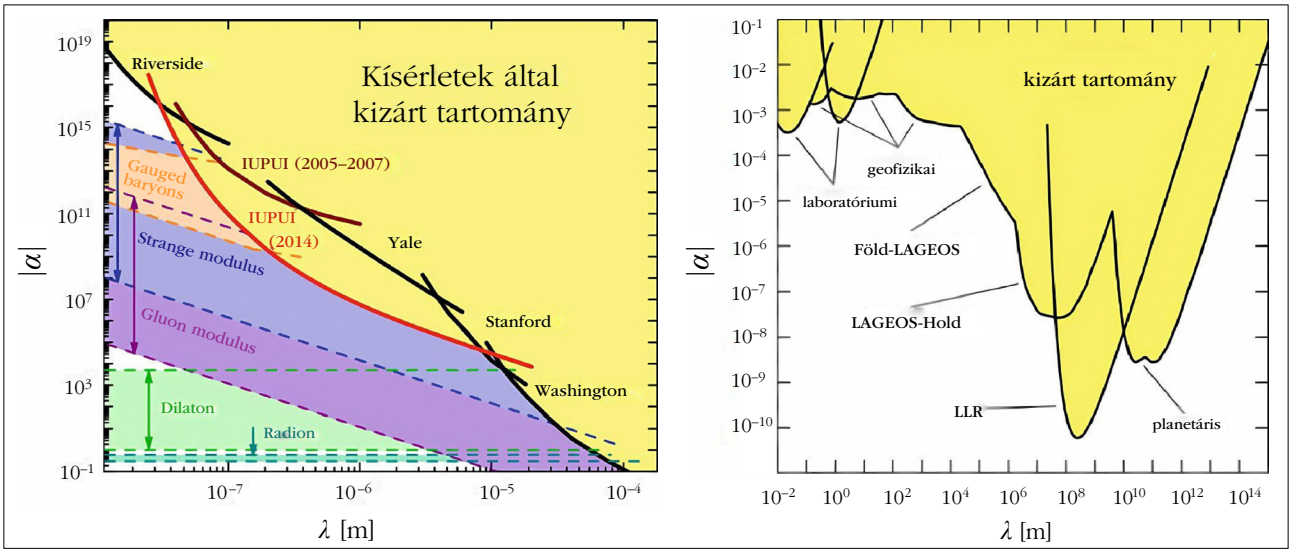
ahol B_1, B_2 a teszttömegek bariontöltései, G a Newton-féle gravitációs állandó, illetve a λ karakterisztikus hossz és a ξ_{B} csatolási állandó jellemzi a jelentkező extra járulékot a potenciálban. Ez a karakterisztikus hossz Fischbachék javaslata szerint néhány száz méter. A potenciálból következik az erőtörvény módosulása, ahol a newtoni erőtörvénytől eltérést látunk:

$$|F| = G(1 + \eta)\cdot(mM/r^2).$$

Itt m a teszttömeg és $\eta = 2|(a_1 - a_2)/(a_1 + a_2)|$ az Eötvös-paraméter, illetve annak viszonya az egyenlő tömegű, különböző anyagú teszttömegek a_1, a_2 gyor-



2. ábra. A nagy távolságú gyenge ekvivalenciaelvet tesztelő kísérletek. Az ábra a 2014-es helyzetet mutatja. Jelenleg a MICROSCOPE műhold titán–platina tömegeire mért $\eta(\mathrm{Ti}, \mathrm{Pt}) = (-1{,}5 \pm 3{,}8)\cdot 10^{-15}$ a legpontosabb mérés. Renner János Eötvös tanítványa volt, az LLR (Lunar Laser Ranging) a Föld–Hold távolság mérésén alapuló kísérletet jelöli [5]



3. ábra. Karakterisztikus távolságok és kölcsönhatás-erősségek, lásd [5]. Szerkesztve, az eredeti képek forrásai: [6, 7]

sulásaihoz, amelyet egy torziós ingával kimérhetünk. A *2. ábra* mutatja a gyenge ekvivalenciaelv pontosságát jellemző Eötvös-paraméter fontosabb méréseit 2014-ig. Jelenleg a MICROSCOPE műholdas kísérlet a legpontosabb, titán–platina teszttömegpárra. A *3. ábrán* a newtoni potenciáltól való eltérést képviselő Yukawa-típusú kölcsönhatás erősségének távolságtól való függését láthatjuk, az egyre pontosabb mérések egyre lejjebb szorítják a sárga területet, amely azt jellemzi, hogy milyen pontossággal nem látunk eltérést a Newton-féle gravitációs törvénytől.

A kísérletek tehát nem mutatnak eltérést az általános relativitáselmélettől. No, de valóban ennyire tiszta a helyzet?

3. Gravitációelméletek

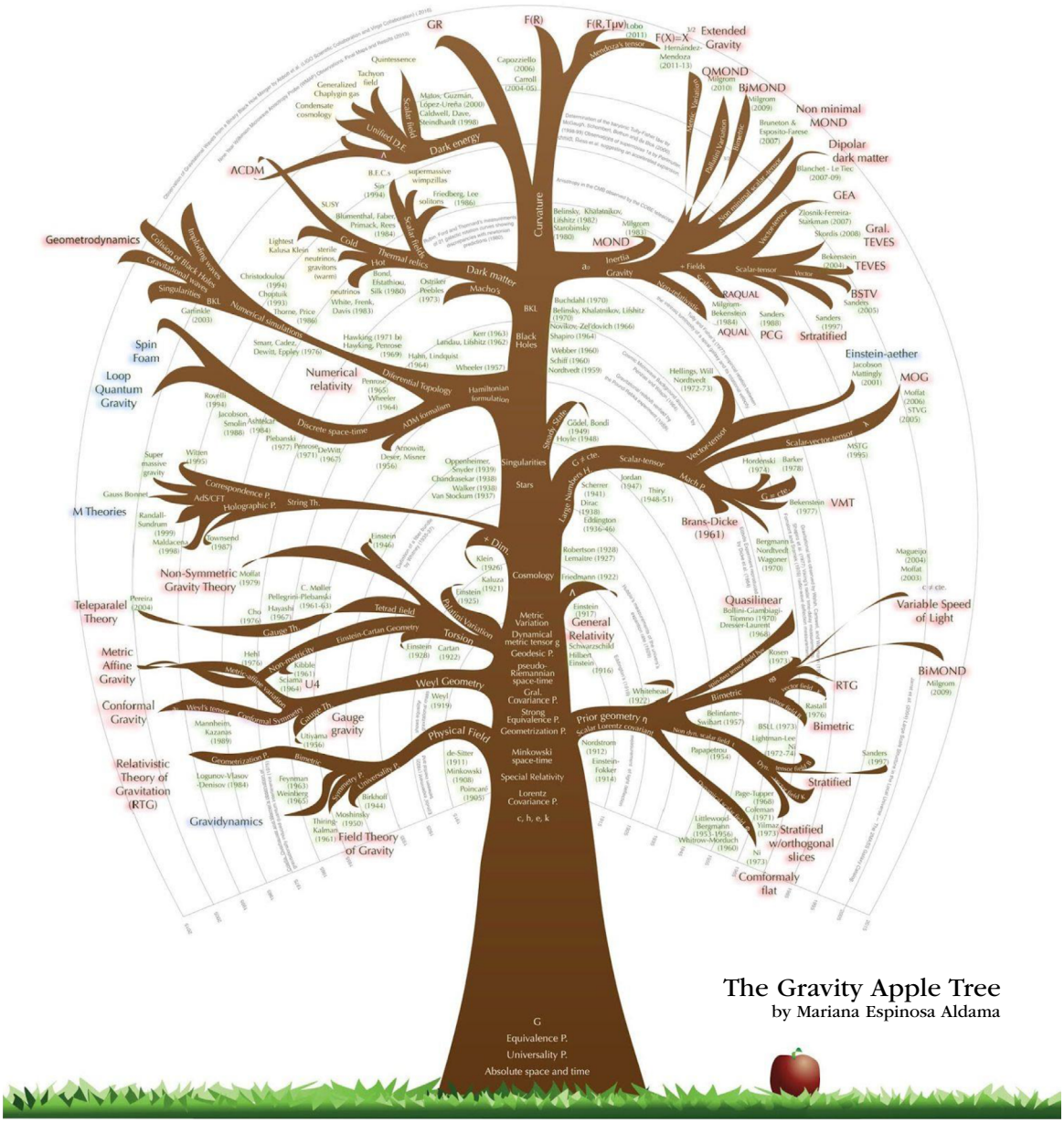
Az ekvivalenciaelvek empirikusan ellenőrizhető feltételei minden gravitációelméletnek. Egyszerűsítve a viszonyokat azt mondhatjuk, hogy ha a gyenge Einstein-ekvivalenciaelv igaz, akkor a gravitációnak lehet téridőmetrikára alapozott elmélete. Azonban az Einstein-elmélettől eltérő majdnem mindegyik metrikus gravitációelmélet eltéréseket jósol az erős Einstein-ekvivalenciaelvtől [5].

Ránézve a *4. ábrára* látható, hogy bonyolultabb a helyzet. A fa legtetején a GR felirat jelenti az általános relativitáselméletet *(General Relativity),* de ezenkívül számos elég vastag ág túlnyúlik a növekvő lombozattal jelképezett különböző megfigyelési-kísérleti következmények által felállított kényszereken, azaz jó modelljei a megfigyelt valóságnak. Persze ettől még nem egyformán kidolgozott és nem is egyformán erős elképzelésekről van szó, de semmiképpen nem zárhatjuk ki ezeket a megfigyeléseink alapján.

Tisztítja a képet az elméletek csoportosítása. Megkülönböztetünk abszolút elemeket tartalmazó előgeometriai és tiszta dinamikai elméleteket. Az előbbiekben vannak adott, abszolút elemei az elméletnek, például Newton elméletében az abszolút tér. Ilyenek vannak a fa alsóbb ágain. Az utóbbiakban az elmélet minden elemét, a téridőt is, csatolt parciális differenciálegyenletek írják le. Ilyen például az Einstein-elmélet. Láthatóan az előgeometriai elméletek egy része lezárul a kisebb lombkoronáknál. Az adott Minkowski-téridőn gravitációs mezőkkel leírt elméleteket (például a skalármezős Nordström-elméletet) a Naprendszer-szintű tesztek hamar kizárták. Azonban az ágak időnként növekednek, új hajtások jelenhetnek meg rajtuk. Így például kiderült, hogy a gravitációt nem relativisztikus téridőn a fénysebesség változásával leíró elképzelések (ilyet javasolt Jánossy Lajos is) helyes értékeket adnak a fényelhajlásra, vöröseltolódásra és a Merkúr perihéliumelfordulására is, néhány egyszerű és ésszerű változtatással. Az ábrán nem látható, de Nordström elmélete, illetve annak megfelelő módosítása 2023-ban szintén teljesíti a gyenge térre vonatkozó követelményeket. Ilyen fejlemények szoktak időnként az újságok címoldalára kerülni, „Einstein tévedett..." címekkel.

3.1. Egy elmélet mind fölött?

Hogy is van ez akkor, ezek szerint hibás az általános relativitáselmélet? Hát, nem egészen. Pusztán arról van szó, hogy nem tudunk mindent. Egy fizikai elméletnek többféle tesztje van, többféle értelemben kell igaznak lennie, ezek közül csak egy, az ábrán a lombkoronahajtás-módon szemléltetett *modellezési képesség.* További fontos feltétel a konzisztencia, azaz nem lehet önellentmondó, és a *prediktivitás,* azaz új, ellenőrizhető és cáfolható jóslatokat kell kimondania. Az sem mindegy, hogy mennyi feltételre alapul, milyen új fogalmakat használ, vagy hány paramétert tartalmaz. Ezekben a



4. ábra. A gravitációs elméletek fája (*Forrás:* Mariana Espinosa Aldama [8]; magyarítására nem vállalkoztunk)

szempontokban az előgeometriai elméletek igencsak bicegnek. Ez itt Ockham borotvája működés közben: melyik elmélet tud minél egyszerűbben, minél több tényt megmagyarázni.

Az általános relativitáselmélet minden szempontból jól teljesít, ráadásul gyönyörű. Ezt úgy kell érteni, hogy egy rendkívül egyszerű feltevésen alapul, nincsenek benne extra paraméterek, és nagyon sok mindent megmagyaráz. Az egyetlen egyszerű feltevés az, hogy az anyag sűrűsége arányos a téridő görbületével. A kétdimenziós „golyó a gumilepedőn” szemléltetések mutatják ezt: nehezebb golyó alatt jobban behorpad a téridő-gumilepedő. Az Einstein-egyenlet ennek matematikai megfogalmazása:

$$R_{\mu\nu} - (1/2)Rg_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}\,.$$

Itt az $R_{\mu\nu}$ tenzor[2] a téridő görbületét jellemzi, a $T_{\mu\nu}$ energia–impulzus sűrűségtenzor az anyagot, c pedig a fénysebesség. Sem a görbület, sem a sűrűség nem skalármennyiség, hiszen négydimenziós téridőről beszélünk, konzisztensen a speciális relativitáselmélettel. Einstein eredetileg csak ennek a két mennyiségnek az arányosságát feltételezte, az arányossági tényezőben a G gravitációs állandóval. A bal oldal második tagjának szükségességére David Hilbert és Tullio Levi-Civita hívták fel a figyelmet. Az energia–impulzus megmaradása és a variációs elvből való származtathatóság miatt szükséges a jelenléte. A második tagban az R Ricci-skalár és a $g_{\mu\nu}$ metrikus tenzor nem új mennyiségek, mindkettő összefügg a görbülettel.

[2] Ez a Ricci-tenzor, a téridő görbületét teljesen leíró Riemann-tenzor nyoma.

Még egyszerűbb formulát kapunk, ha a fenti differenciálegyenlet hátterét megadó variációs elvhez tartozó alapmennyiséget, az elmélet Lagrange-függvényét írjuk fel, Hilbert kiindulópontját:

$$\mathcal{L} = \frac{c^4}{16\pi G}\sqrt{-g}R + \sqrt{-g}\mathcal{L}^{(m)},$$
$$T^{(m)}_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta\mathcal{L}^{(m)}}{\delta g^{\mu\nu}}, \tag{1}$$

ahol $\mathcal{L}^{(m)}$ az anyagi Lagrange-sűrűség, ebből származtatható az energia–impulzus sűrűségtenzor.

Természetesen az egyenlet mögött ott van a négydimenziós differenciálgeometria teljes apparátusa, Bolyaival, Lobacsevszkijjel és Riemann-nal, amely a maga módján úgy egyszerű, hogy vizuálisan nem nagyon elképzelhető dolgoknak adja a tömör, konzisztens és kvantitatív leírását. A mindennapi tér- és időszemléletünk valahogy úgy viszonyul ehhez, mint az evezős csónak az óceánjáróhoz. Kétdimenziós sima vízfelületen jól elboldogulunk az evezőinkkel, de egy tengeri viharban történő biztos navigáláshoz már differenciálgeometria kell. Az utóbbi esetben természetesen kicsit tovább tart a használati utasítás tanulmányozása.

A fentiek fényében érthetjük meg a már emlegetett Brans–Dicke-elmélet alapgondolatát is. Annak Lagrange-függvényében egy skalármező szerepel, amely a téridő egyes pontjain különböző értékeket vehet fel és φ jelöli:

$$\mathcal{L} = \frac{c^4}{16\pi G}\sqrt{-g}\left[\varphi R - \frac{\omega}{\varphi}\nabla^\mu\varphi\nabla_\mu\varphi\right] + \sqrt{-g}\mathcal{L}^{(m)}, \tag{2}$$

ahol ω a Brans–Dicke-paraméter. Ha összevetjük ennek az első tagját az előző formulával, akkor látható a skalármező jelentése, mivel $G_{\text{eff}} = G/\varphi$ effektív, téridőfüggő gravitációs csatolásnak tekinthető. Azaz a gravitációs állandó nem lesz állandó, hanem a téridőben úgy változik, ahogy a fenti Lagrange-függvényből levezethető parciális differenciálegyenletek meghatározzák. A Brans–Dicke-elmélet ezért sérti az Einstein-ekvivalenciaelvet, annak harmadik, lokalitásra vonatkozó (LL) pontját. De akkor mi indokolja, hogy ezt ma is fontos elméletnek tekintjük? Az, hogy mond valamit a gravitáció mibenlétéről, az elméletbe beépíti a Mach-elvet. Ezt a kérdést nem fogjuk most itt kifejteni, talán annyit érdemes mondani róla, hogy Einstein egyik fontos motivációját jelentette az általános relativitáselmélet kidolgozására, amely végül csak motiváció maradt, az elmélet nem teljesíti azt.

Még egy fontos tulajdonsága van a Brans–Dicke-elméletnek. A Lagrange-függvényből látható, hogy a téridő metrikáját és a skalármezőt meghatározó parciális differenciálegyenletek csatoltak. Azonban ez a csatolás megszüntethető, ha az eredeti, Jordan-rendszerben megjelenő mezők helyett egy konform transzformációval azok egy függvényét vezetjük be. Ekkor a (2) formula a (1) formulába transzformálható, amenynyiben az anyagi részbe a skalármezőt is beleértjük. Az új metrika és új skalármező parciális differenciálegyenletei függetlenek lesznek, az így áttranszformált, Einstein-rendszerben a metrikára a tiszta Einstein-egyenletek vonatkoznak. De akkor melyik megfogalmazás a fizikai? A csatolt vagy a független egyenletek? Ehhez hasonló kérdések az Einstein-elmélet szinte minden általánosításában fellépnek, például a sötét energia kapcsán is. A téridő és az anyag szétválasztása bizonytalan a gravitáció elméleteiben, és ez a bizonytalanság – a Jordan- vagy Einstein-rendszerek közötti választás kérdése – lényeges a fizikai tartalmat illetően (például a sík téridőn megjelenő kvantumos hatásokat tudunk a téridőbe görbíteni konform transzformációval).

Tehát az Einstein-egyenlet ugyan a maga módján egyszerű, de ezzel együtt is vannak nyitott, elvi kérdések vele kapcsolatban, és ezek az eldöntetlen, matematika ízű kérdések egyúttal fizikai, modellezési lehetőségeket is jelentenek.

Térjünk hát vissza a modellezésre, a megfigyelések és a kísérletek leírásának képességére! Egy jó gravitációelméletnek tehát tudnia kell a már említett Naprendszer-szintű teszteket, azaz a gyenge terek ismert tulajdonságait és az erős terek esetén elvárt fontos jelenségeket. Ebből a szempontból szintén két elméletcsoportot különböztethetünk meg:

- *A módosított gravitációelméleteknek* az Einstein-elmélet a határesete. Ilyen volt a fent említett Brans–Dicke- vagy ilyen például az $f(R)$ vagy a Horndeski-gravitáció is.
- *Az alternatív gravitációelméleteknek* az Einstein-elmélet nem határesete. Például ilyesmi a TeVeS, amely a módosított newtoni dinamika (MOND) egy verziója.

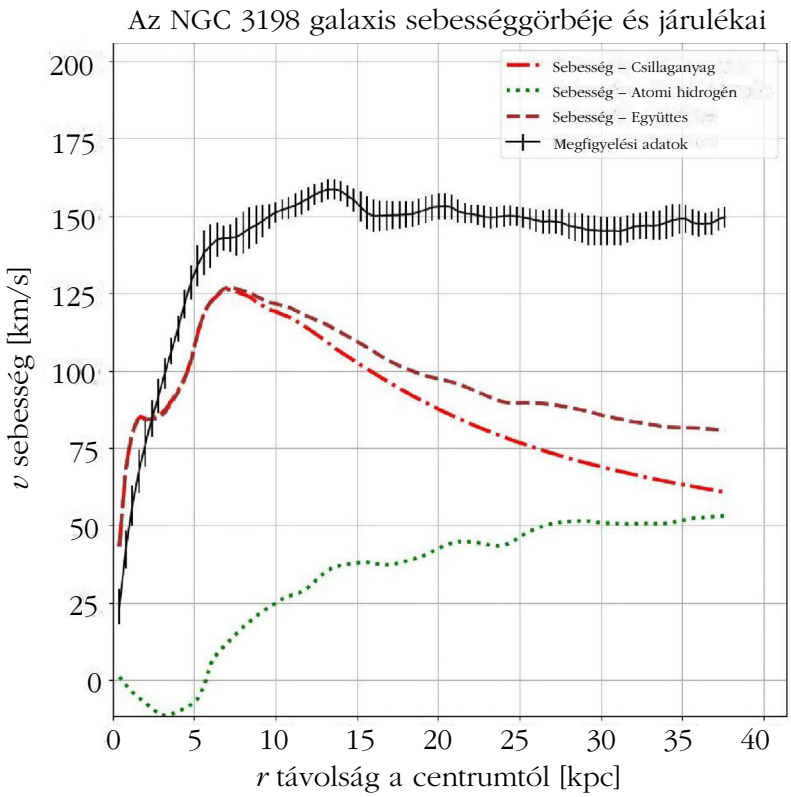
Ezeket az elméleteket az erős Einstein-ekvivalenciaelvvel lehet tesztelni, ugyanis öngravitáló testekre eltérést kaphatunk az m_P passzív és az m_I tehetetlen gravitációs tömeg között, ez a Nordtvedt-hatás:

$$m_P = m_I + \eta_N(E_N/c^2).$$

Az eltérést az E_N gravitációs sajátenergia adja az η_N csatolási állandóval, azaz a gravitációs erőkhöz is tartozik kötési energia, és ez módosíthatja a tehetetlenséget. Gyenge terekre vetítve az elméleteknek kiszámolhatók az úgynevezett posztnewtoni paraméterei, amelyek a newtoni határesettől való eltérést jellemzik, és ezekből számolható a fenti csatolási állandó, amely gömbszimmetrikus testekre:

$$\eta_N = 4\beta - \gamma - 3 - (10/3)\xi - \alpha_1 + (2/3)\alpha_2 - (2/3)\zeta_1 - (1/3)\zeta_2,$$

ahol a paraméterek részben az Einstein-ekvivalenciaelv különböző részeihez köthetők: γ és β görbületi és szuperpozíciós nemlinearitások (Eddington–Robertson–



5. ábra. Az NGC 3198 galaxis környékén az anyag kerületi sebessége. Maga a galaxis látható sugara 7 kpc, a piros vonal a világító anyag newtoni gravitációjával mint centripetális erővel számolt kerületi sebesség. A megfigyelt sebességek ettől jóval nagyobbak, még akkor is, ha az atomi hidrogén (zöld pontok) gravitációs hatását is hozzávesszük. Az együttes sebesség (barna szaggatott vonal) kiszámításakor az atomi hidrogén és a világító anyag newtoni tömegvonzását tekintjük centripetális erőnek, ezért a sebességek négyzetesen összegződnek

Schiff), ξ a kitüntetett hely, $\alpha_{1,2,3}$ a kitüntetett sebesség *(preferred frame),* $\zeta_{1,\ldots,4}$ a teljes impulzusmegmaradás miatt fellépő öngravitációs effektust jellemzi. Az általános relativitáselméletre $\beta = 1$ és $\gamma = 1$, és minden más paraméter nulla, ezért $\eta_N = 0$.

Kísérletileg például a Hold–Föld távolság mérésével – a *2. ábrán* LLR – lehet az erős ekvivalenciaelvet ellenőrizni. Ennek akkor van igazán értelme, ha két égitest anyagi összetétele különböző, ami a Hold és a Föld esetén korántsem biztos. Manapság a gravitációshullám-detektorokkal fekete lyukak összeolvadásainak jeleiből is számolhatók a fenti posztnewtoni paraméterek. Ezek kizártak néhány kiterjesztett elméletet.

4. Súlyosabb problémák

Az alternatív gravitációelméletek ambiciózusabbak. Szerintük a közmondásos kulcsot nem a világos helyeken találjuk meg, hanem ahol elvesztettük. Ugyanis három fő dolog motiválja ezeket az elképzeléseket.

- *Kvantumgravitáció.* Jelenleg nem világos, mi a pontos akadálya, hogy nincs egészen jó ilyen elméletünk. Lehet, hogy a gravitációelméletet kell ehhez módosítani, de valószínűnek tűnik, hogy a kvantumelméletet is.
- *Kozmológiai problémák.* A kozmológia folyamatos toldozgatása helyett (lásd infláció, sötét anyag és sötét energia) lehet, hogy egy újabb gravitációelmélet ad megoldást. Egyik érdekes javaslat a MOND és relativisztikus kiterjesztései.
- *Mi a gravitáció?* Ezt máig sem tudjuk. „Hypotheses non fingo", azaz nem foglalkozom spekulációkkal, írta Newton a *Principia* második kiadásához (1713) fűzött „Scholium generale" című függelékben, mert nem akart magyarázkodni az elméletének problémás kérdéseivel kapcsolatban. Úgy érezte, elengendő demonstrálni, hogy működik. Lehet, hogy most már az egyenletek nem elegendőek, valamilyen háttérelméletre lenne szükség.

4.1. MOND = módosított newtoni dinamika

A galaxisok többségének megfigyelt lapos sebességgörbéit *(5. ábra)* valamilyen nem barionikus anyag newtoni gravitációs hatásával szoktuk magyarázni. Hogy mi lehet ez a sötét anyag, arra vonatkozóan sok elképzelés létezik, lásd a *6. ábrát.*

Az a tény, hogy az intenzív kísérleti és elméleti kutatások ellenére egyik anyagfélét sem sikerült azonosítani, teret ad az alternatív gravitációelméleteknek.

6. ábra. A sötét anyag néhány elmélete. Több is van. Eredetileg: [9]

A fentebb is többször említett MOND eredetileg Newton második törvényének módosítását javasolta, méghozzá feltételezve, hogy kis gyorsulások esetén a tehetetlen tömeg is egyre kisebb lesz, például az alábbiakban megadott módon:

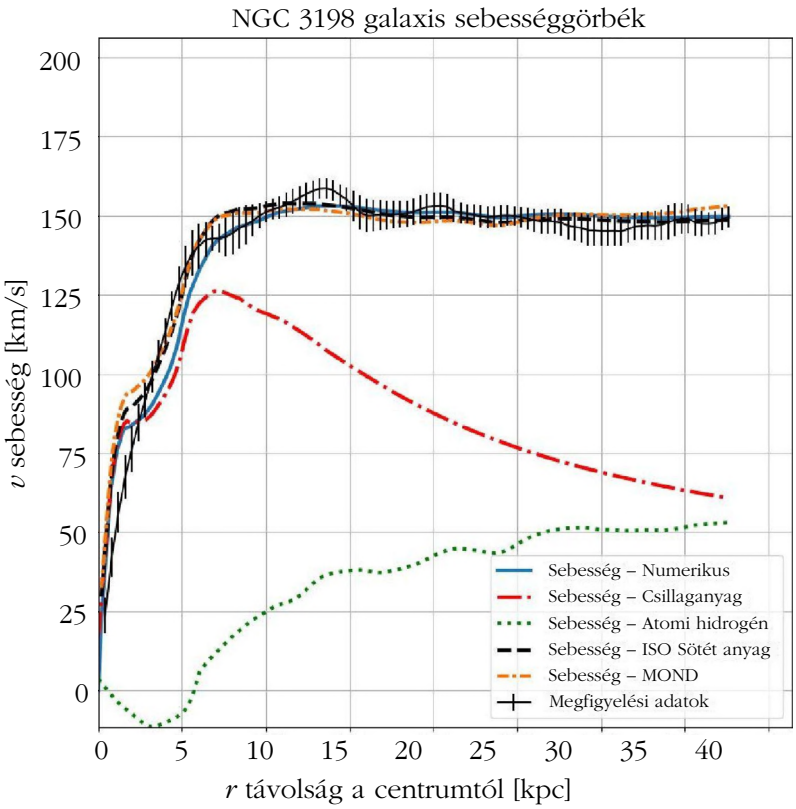
$$\mathbf{F} = m\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)\mathbf{a},$$

$$\mu(x) = \frac{x}{1+x}.$$

Eszerint nincs szükség a galaxisok lapos sebességgörbéinek magyarázatához sötét anyagra, mert kis gyorsulások esetén (távol a galaxis közepétől) az erő a gyorsulás négyzetével lesz arányos, és ebben az esetben $ma^2/a_0 = mG/R^2 \rightarrow a = (a_0G)^{1/2}/R$, így a gravitációs centripetális erőt a távolsággal (és nem annak négyzetével) fordítottan arányos centrifugális erő ellensúlyozza. Az eredeti elképzelés szerint az a_0 határgyorsulás univerzális állandó. A MOND kiterjeszthető gravitációelméletté, amelyben a téregyenletek vákuummegoldása visszaadja a fenti erőtörvényt. Ez a Mordecai Milgrom és David Bekenstein által javasolt AQUAL *(A QUAdratic Lagrangian),* illetve relativisztikus változata a TeVeS *(Tensor–Vector–Scalar gravity).* Az elmélet megmagyaráz néhány olyan megfigyelést, amelyről a sötét anyagnak nincs mondanivalója, mint például a Tully–Fisher-reláció. Természetesen a sötét anyagnak nem egyedül a galaktikus sebességgörbék a következményei; magyarázatul szolgál sok különböző kozmológiai jelenségre, mint például az Univerzum nagyskálás szerkezetére vagy a gravitációs lencsézési megfigyelésekre. Egy alternatív gravitációelméletnek előbb-utóbb minden más ilyen kérdésre is reflektálnia kell.

4.2. Termodinamika

A gravitációval kapcsolatos leginkább zavarba ejtő gondolat, hogy az Einstein-egyenlet által megjósolt legérdekesebb objektumok egyúttal termodinamikai



7. ábra. Az NGC 3198 galaxis sebességgörbéjének számítása egy sötétanyag-modell, illetve a MOND direkt illesztése, valamint a termodinamikai gravitáció numerikus realizálása által

rendszerek is. A fekete lyukaknak van entrópiájuk és hőmérsékletük anélkül, hogy mikroszerkezetük lenne. Stephen Hawking és David Bekenstein javaslata alapján a fekete lyukak termodinamikai rendszerek, az entrópiájuk pedig a szingularitást jellemző eseményhorizontjuk felületével arányos (legalábbis a legegyszerűbb esetben).

A termodinamikai rendszerek általában makroszkopikusak, és hajlamosak vagyunk termodinamikai tulajdonságaikat a mikroszerkezetnek, például részecskék véletlenszerű mozgásának tulajdonítani. A legegyszerűbb, Schwarzschild-féle fekete lyuknak azonban az Einstein-elmélet szerint nincs mikroszerkezete: szigorú matematikai állítás, hogy egyetlen paraméter, az invariáns tömege jellemzi. Ha viszont termodinamikai rendszer, akkor mikroszkopikus összetevők hiányában vajon hogyan tud az lenni? Valamilyen a gravitációelmélet alatti gondolat, például a téridő kvantumjai lehetnek itt a felelősek, de a kvantumgravitáció elméletét eddig nem sikerült erre alapozva kidolgozni. Vagyis egyelőre nem tudjuk, hogy milyen kvantumgravitációnak következménye a termodinamika. Fordítsuk meg a gondolatot! Mire jutunk, ha azt vizsgáljuk, hogy a termodinamika általános törvényeivel hogyan lesz általában összeegyeztethető a gravitáció és nem csak a speciális fekete lyukak? Ted Jacobson szerint nem fontos semmit tudni a lehetséges mikroszerkezetről: az Einstein-egyenlet egyensúlyi állapotegyenlet a téridő termodinamikájában. Ezzel szép, egységes képet kaphatunk a kiterjesztett gravitációelméletekről: ezek perturbatív eltérések a termodinamikai egyensúlytól [4, 10]. Ráadásul ez az inspiráló gondolat mintha megnyitná az utat annak megértéséhez, hogy tulajdonképpen mi is a gravitáció.

5. Termodinamikai gravitáció, MOND és sötét anyag

Ahogy említettük, az alternatív gravitációelméletek egyik célja, illetve tesztproblémája a sötét anyag helyettesítése. Erre egy termodinamikai gravitációelmélet is képes, kicsit elegánsabban, mint a MOND [12]. A *7. ábrán* láthatjuk az előbbi konkrét galaxis példáján a különféle illesztett sebességgörbéket.

Itt a sötét anyag ún. pszeudoizotermikus modellje szerepel az illesztésben, amely egy adott kétparaméteres anyageloszlást jelent, feltételezve, hogy a sötét anyag egy ideális folyadék vagy gáz, amelyet a gravitáció tart össze. A sebességgörbét ennek a sötét folyadéknak, illetve a világító anyag és az atomi hidrogéngáz gravitációs hatásainak megfelelő összeadása eredményezi. A MOND a sötét anyag hatását az $1/r$-es erőtörvény közvetlen illesztésével helyettesíti. A MOND fenti paraméteres képletéhez elvileg tudnánk

Lagrange-függvényt és téregyenleteket is számolni, amelyeknek a vákuummegoldása lesz a fenti interpolációs formulát tartalmazó erőtörvény (az elméleti háttér a Milgrom és Bekenstein által javasolt AQUAL). Míg a fenti két modell adott, kétparaméteres függvényformát illeszt a sebességadatokra, addig a termogravitációs elmélet közvetlenül a megfelelő téregyenletet illeszti, amelyben a világító anyag és az atomi hidrogén sűrűségeloszlása a gravitációs tér forrása.

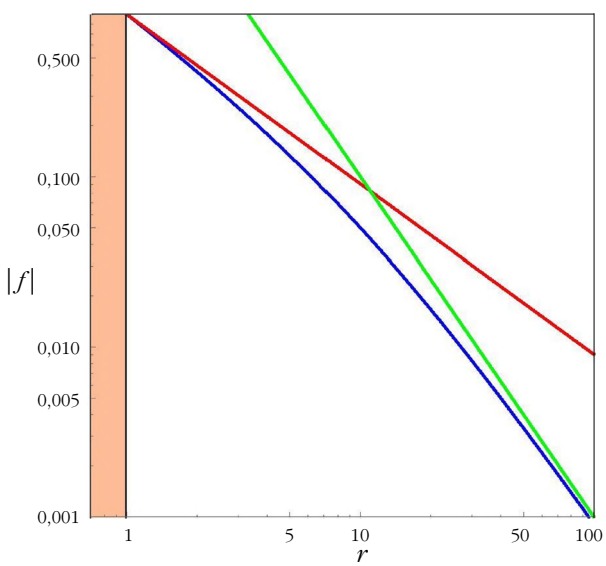
A nemlineáris téregyenlet, amelyet a φ gravitációs potenciállal mint (fajlagos) termodinamikai állapothatározóval vezethetünk le, a következő:

$$0 = \Delta\varphi - 4\pi G\rho - K\nabla\varphi \cdot \nabla\varphi.$$

Ennek az egyenletnek az első két tagja a newtoni gravitációt leíró Poisson-egyenlet. A teljes egyenlet gömbszimmetrikus vákuummegoldása megadja a tömegpontokra ható gravitációs erőtörvényt, amely az alábbi formájú:

$$f(r) = -GM_{aa}/[r(r + r_1)].$$

Tehát ha $r \ll r_1$, akkor a gravitációs erő a távolsággal fordítottan arányos, ha pedig $r \gg r_1$, akkor a távolság négyzetével fordítottan arányos. Tehát messzebről nézve a szokásos Newton-féle gravitációs erőtörvényt látjuk működni, egy M_{aa} látszólagos tömeggel, míg a forráshoz közelebbi objektumok ettől eltérően mozognak. Az NGC 3198 galaxis világító tömegének fele az atomi hidrogén tömege, és a kettő összegének körülbelül két és félszerese a fenti egyenlettel számolt M_{aa} látszólagos tömeg. Ez hibán belül megegyezik a galaxisban levő sötét anyag fenti illesztés alapján számolt tömegével. Az alternatív gravitáció így tudja kiváltani a sötét anyagot.



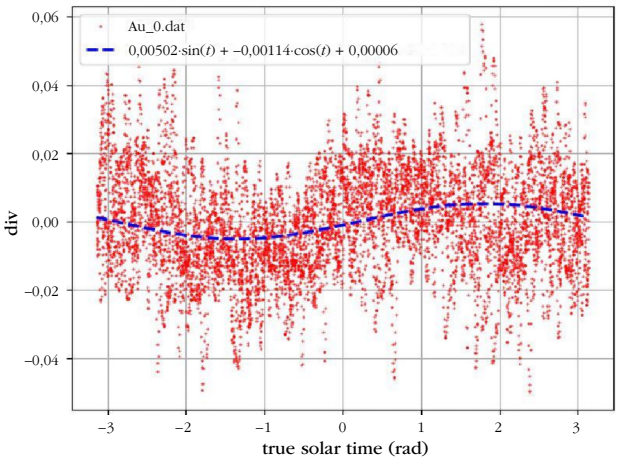
8. ábra. Átmenet a termodinamikailag kiterjesztett gravitáció $1/r$ és $1/r^2$ tartományai közt vákuumban. A függőleges tengelyen az erő, a vízszintesen a távolság a galaxis méretével dimenziótlanítva, logaritmikus skálán. A piros és a zöld egyenesek –1 és –2 meredekségű aszimptotikus illesztések

Természetesen a gravitáció termodinamikai indíttatású elméleteiből is többféle létezik, és ki fog derülni, hogy melyik konzisztensebb, melyik hangolható össze jobban a megértett fizikával, melyiknek a predikciói, jóslatai bizonyulnak igaznak, avagy lesznek más megközelítésekkel megmagyarázhatatlanok. Ami a közös bennük, hogy szerintük a gravitáció nem elemi jelenség, van valamilyen háttere, mechanizmusa. Mi a gravitáció? Ez a kérdés nem értelmes, ha a gravitációt elemi kölcsönhatásnak tekintjük. A kérdés nem érdekes, ha – mint Newton – biztosak vagyunk a matematikai modell teljesítőképességében. Ha viszont fontosnak tartjuk a gravitációval kapcsolatos elvi problémákat, mint a kvantálhatóság vagy a Mach-elv, vagy zavarnak a nehezen magyarázható megfigyelések, mint a sötét anyag, a kozmológiai modellek problémái, az egyre komplexebbnek tűnő megfigyelt világegyetem, akkor ez az egyetlen lényeges kérdés a gravitációval kapcsolatban [11].

6. Kísérleti gravitáció

A torziós ingák a gravitációs mérések legfontosabb eszközei. Az Eötvös-inga, különösen a két nagyságrenddel megnövelt érzékenységével, képes számos, eddig észrevehetetlen gravitációs és nem gravitációs erőhatás, illetve környezeti zaj és változás észlelésére. Ezek azonosítása, értelmezése számos technológiai és méréstechnikai kihívással szembesítette a fejlesztéssel foglalkozó Wigner–BME kutatócsoportunkat. Az észlelt jelenségek és események némelyike annyira érdekes, mint a földrengésméréseink [13], vagy annyira problémás, mint a nyomásérzékenység jelensége. Ezért az eredeti célunkat, a bevezetőben említett ekvivalenciaelv-mérés megismétlését jelentősen kiterjesztettük egyrészt a szisztematikus hibaforrások felderítése, másrészt a kapcsolódó, új jelenségek pontosabb megértése céljából. A közelmúltban fejeztük be több régi inga korszerűsítését, számos segédműszer fejlesztése van folyamatban, és az inga statikus és dinamikus modelljein is dolgozunk [14].

A fentiekben láttuk, hogy az ekvivalenciaelv minden gravitációelmélet alapja, kísérleti ellenőrzése többféle méretskálán is lényeges. A megnövelt érzékenységű Eötvös-ingával elvégezhetőek a Föld forgását, illetve Nap körüli keringését kihasználó klasszikus gyenge ekvivalenciaelv-mérések többféle anyagpárral. Például a Földnek a Nap körüli keringésére alapozott mérés eredményét szemlélteti a *9. ábra*. A Föld tengely körüli forgása miatt 12 óránként ellentétes irányba fordul az a centrifugális erő, amely a Föld Nap körüli keringése miatt hat az inga két tömegére. Amennyiben a két teszttömegre a tehetetlen és súlyos tömeg aránya nem ugyanakkora, akkor ez egy szabályos szinuszos változást eredményez az inga egyensúlyi helyzetében. Az ábrán arany-arany tömegpár esetén mutatjuk



9. ábra. A Föld–Nap-típusú ekvivalenciaelv-mérés érzékenysége. Arany-arany tömegpárra az inga egyensúlyi helyzetének változását mutatja 1 nap alatt. A napi ingadozás a környezeti hatások eredménye

egy napi mérés eredményét. A függőleges tengelyen a skálaegységekben az egyensúlyi helyzet látható, a vízszintes tengelyen az efemerisz idő. Az EPF-kísérletben a leolvasási pontosság ±0,3 skálaegység volt a függőleges tengely skálaegységeiben. Összevetve az ábrával ezt a számot láthatjuk, hogy a mérésünk leolvasási pontossága meghaladja ezt. Az ábra a mérés leolvasási pontosságát, illetve hibáját szemlélteti, hiszen a két teszttömeg ugyanolyan anyagú. Gradienskorrigált arany-réz, arany-alumínium tömegpárokra kapott értékekből az előzetes ekvivalenciaelv-mérésünk becsült szórása a légnyomás hatásának korrekciója nélkül $0{,}2 \cdot 10^{-9}$. A Föld–Föld mérés sokkal erősebb jelet ad, de technikailag bonyolultabb, mert az ingát kell forgatni.[3]

Amikor Eötvös Loránd elkezdte kísérleti gravitációs kutatásait, akkor az elméleti célok mellett a geofizikai lehetőségek motiválták. A közel 30 év alatt kifejlesztett célműszer a korabeli, leutánozhatatlan csúcstechnológiai fejlesztés eredménye, sokezerszeresen megtérítette a befektetett kutatási támogatást: a magyar műszeripar fellegvárának, a hajdani Magyar Optikai Műveknek a finommechanikai tudásbázisát Eötvös Loránd és Süss Nándor együttműködése alapozta meg. Az elméletvezérelt cél a híres EPF-mérés volt, amely a tudományos és technológiai kérdések együttes átlátásának következménye. Ezután a bőséges támogatás segítségével elhivatott munkatársai fejlesztettek a laboratóriumi Eötvös-ingából helyszíni geofizikai kutatásokra alkalmas eszközt. Robert Dicke-et kísérleti gravitációs csoportjának megalakítására szintén tudományos kérdések motiválták: az Einstein-elmélet kiterjesztése, illetve annak ellenőrzése volt a célja. Ezt az általa kidolgozott új méréstechnikai módszerek tették lehetővé, többek között a lock-in erősítő, amely zajos környezetből képes kis jelet kivonni. Dicke ezután haláláig a gravitáció elméleti-kísérleti kutatásával foglalkozott, többek között a Fischbach-csoport által felvetett ötödik erőre és az EPF-kísérlet szisztematikus hibájának megértésére is voltak ötletei.

Mint a fentiekben láttuk, a modern gravitációelméletekből a nagyon gyenge terekre számíthatóak ki az eltérések a newtoni elmélettől, sértve az erős ekvivalenciaelvet. Azonban az öngravitációs korrekciók csak igen kiterjedt objektumok esetén mérhetőek, mert a gravitációs energia tehetetlenséget módosító járuléka normál anyagokra meglehetősen kicsi (a Föld esetén $4{,}6 \cdot 10^{-8}$-szorosa a tömegének). A termodinamikai gravitációelméletek másféle korrekciókat tartalmaznak. Vajon lehet-e mérhető hatásuk földi körülmények között? Nem tudjuk, valószínűleg nem lehet. De ez csak egyik kérdése a kísérleti és elméleti gravitációkutatásnak.

[3] Eötvös a Nap terében is forgatásos (differenciális) mérést végzett, mert így a zavarjelek ellenkező előjellel jelennek meg a mérésben, így kiejthetők.

Hivatkozások

1. v. Eötvös R., Pekár D., Fekete E.: Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität. *Annalen der Physik 373(9)* (1922) 11–66.
2. Fischbach E., Krause D. E.: The Eötvös paradox: The enduring significance of Eötvös' most famous experiment. *039(9)* (2019). arXiv:1901.11163, magyarul: *Eötvös Loránd emlékalbum,* ELTE, 2019.
3. Tóth Gy.: Az Eötvös–Pekár–Fekete ekvivalenciamérések szabályos hibája. *Fizikai szemle 69(5)* (2019) 155–158.
4. Tino G. M., Cacciapuoti L., Capozziello S., Lambiase G., Sorrentino F.: Precision gravity tests and the Einstein equivalence principle. *Progress in Particle and Nuclear Physics 112* (2020) 103772.
5. Will C. M.: The confrontation between general relativity and experiment. *Living Reviews in Relativity 17* (2014) 1–117.
6. Chen Y.-J., Tham W. K., Krause D. E., López D., Fischbach E., Decca R. S.: Stronger limits on hypothetical Yukawa interactions in the 30–8000 nm range. *Phys. Rev. Lett. 116* (2016, Jun.) 221102.
7. Adelberger E. G., Gundlach J. H., Heckel B. R., Hoedl S., Schlamminger S.: Torsion balance experiments: A low-energy frontier of particle physics. *Progress in Particle and Nuclear Physics 62(1)* (2009) 102–134.
8. Aldama M. E.: The gravity apple tree. *Journal of Physics: Conference Series, 600(1)* (2015) 012050.
9. Bertone G., Tait T. M. P.: A new era in the search for dark matter. *Nature 562(7725)* (2018, Oct.) 51–56.
10. Jacobson T.: Thermodynamics of spacetime: The Einstein equation of state. *Physical Review Letters 75* (1995) 1260–1263.
11. Panek R.: *Mi a baj a gravitációval?* Scolar Kiadó, 2020.
12. Ván P., Abe S.: Emergence of modified Newtonian gravity from thermodynamics. *Physica A 588* (2022) 126505. (arXiv: 1912.00252)
13. Völgyesi L., Tóth Gy., Szondy Gy., Kiss B., Fenyvesi E., Kovács P., Barnaföldi G. G., Égető Cs., Lévai P., Imre E., Pszota M., Ván P.: Report on a pre-earthquake signal detection by enhanced Eötvös torsion balance. (2022). arXiv:2202.09607
14. Völgyesi L., Szondy Gy., Tóth Gy., Fenyvesi E., Kovács P., Kiss B., Égető Cs., Barnaföldi G. G., Lévai P., Ván P.: Eötvös-ingák felújítása és továbbfejlesztése, jel-zaj viszonyainak elemzése. *Fizikai Szemle 73(4)* (2023) 416–422. (ebben a számban).